



Національний технічний університет України  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Емблема  
кафедри  
(за  
наявності)

Кафедра математичної  
фізики та диференціальних  
рівнянь

## НАЗВА КУРСУ

**Вища математика. Частина 3. Теорія поля. Ряди. Функції комплексної змінної**

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

**Рівень вищої освіти** *Перший (бакалаврський)*

<b>Галузь знань</b>	<i>15 Автоматизація та приладобудування</i>					
<b>Спеціальність</b>	<i>151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології</i>					
<b>Освітня програма</b>	<i>Технічні та програмні засоби автоматизації</i>					
<b>Статус дисципліни</b>	<i>Нормативна</i>					
<b>Форма навчання</b>	<i>очна(денна)</i>					
<b>Рік підготовки, семестр</b>	<i>2 курс, осінній семестр</i>					
<b>Обсяг дисципліни</b>	<i>150 / 5 кредитів</i>					
		Лекції	Практичні заняття (семінари)	Лабораторні заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	СРС
	<b>Години</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>78</b>
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Екзамен	Залік	МКР (кількість)	РГР, РР, ГР (кількість)	ДКР (кількість)	Реферат (кількість)
	+	-	1	0	1	0
<b>Розклад занять</b>	<i>На сайті університету, на сайті ІХФ</i>					
<b>Мова викладання</b>	<i>Українська</i>					
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	Лектор: Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ <a href="mailto:listopadova17@ukr.net">listopadova17@ukr.net</a> <a href="http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61">http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61</a>					

	<p>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0002-2549-8381">https://orcid.org/0000-0002-2549-8381</a></p> <p>Практичні: Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ  <a href="mailto:listopadova17@ukr.net">listopadova17@ukr.net</a>  <a href="http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61">http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61</a></p> <p>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0002-2549-8381">https://orcid.org/0000-0002-2549-8381</a></p>
<b>Розміщення курсу</b>	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці

### Програма навчальної дисципліни

#### Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності у галузі автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологіях або у процесі навчання; використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

#### Загальні компетентності (ЗК)

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення.

ЗК2 Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ЗК3 Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій .

#### Програмні результати навчання (РН)

РН1 Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

РН2 Вміти застосовувати методи системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій .

#### Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вища математика-3 викладається в третьому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти. У структурно-логічній схемі програми підготовки з даного напрямку навчальна дисципліна «Вища математика» передуює та забезпечує наступні

навчальні дисципліни: Математичні методи в задачах автоматизації, Теорія автоматичного керування, Комп'ютерне моделювання процесів і систем.

### **Зміст навчальної дисципліни**

1. *Інтегральне числення функції багатьох змінних. Елементи теорії поля.* Подвійний інтеграл. Потрійний інтеграл. Криволінійні інтеграли I та II роду. Поверхневі інтеграли I та II роду. Елементи векторного аналізу та теорії поля.
2. *Ряди.* Числові ряди. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Ряди Фур'є.
3. *Теорія функцій комплексної змінної.* Похідна та диференціал функції комплексної змінної. Інтегрування функцій комплексної змінної. Ряд Лорана. Лишки.

### **Навчальні матеріали та ресурси**

#### **Основна література**

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – К.: Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
2. Дубовик В.П. Вища математика: Збірник задач: навч. посіб. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик, І.П. Вовкодав та ін. – К.: Ігнатекс-Україна, 2011. – 480с.
3. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 2. – 400 с.
4. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб.: Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі/ В.С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – 400 с.
5. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник / В.Ю.Клепко, В.Л. Голець. – К.: Центр навчальної літератури, 2017. – 594 с.
6. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.
7. Вища математика. Числові та функціональні ряди [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за природничими технічними спеціальностями/ КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О.В.Борисенко, В.В.Листопадава.- Електронні текстові дані (1файл: 1.78 Мбайт).- Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023.- 117с. Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67184>
8. Авдєєва Т.В. Кратні інтеграли. Елементи теорії поля: Методичні вказівки та завдання до виконання індивідуальної роботи для студентів інженерних спеціальностей/ Т.В. Авдєєва, О.Б. Качаєнко, О.О. Коваль, О.Б. Поліщук, В.І. Стогній. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2016,– 92 с. Доступ: <http://kmf.kpi.ua/>

#### **Додаткова література**

1. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. - К.: Вища школа, 1986. – 512 с.
2. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
3. Авдєєва Т.В., Качаєнко О.Б. Ряди Фур'є. Практикум. – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 88 с. Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16839>
4. Журавська, Г. В. Теорія функції комплексної змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для інженерних спеціальностей / Г. В. Журавська ; КПІ ім. Ігоря

## Навчальний контент

### Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### 5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

#### Перелік лекцій

*Лекція 1. Означення подвійного інтеграла. Властивості, його обчислення*

- 1.1. Поняття подвійного інтеграла.
- 1.2. Умови існування та властивості.
- 1.3. Геометричний та фізичний зміст.
- 1.4. Обчислення подвійного інтеграла.

*Лекція 2. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Застосування подвійних інтегралів*

- 2.1. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Поняття Якобіана.
- 2.2. Подвійний інтеграл в полярних координатах.
- 2.3. Застосування подвійних інтегралів в геометрії.
- 2.4. Застосування подвійних інтегралів в механіці.

*Лекція 3. Потрійний інтеграл*

- 3.1. Поняття потрійного інтеграла.
- 3.2. Умови існування та властивості.
- 3.3. Геометричний та фізичний зміст.
- 3.4. Обчислення потрійного інтеграла.

*Лекція 4. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Застосування потрійних інтегралів*

- 4.1. Заміна змінних в потрійному інтегралі.
- 4.2. Потрійний інтеграл в циліндричних і сферичних координатах.
- 4.3. Застосування потрійних інтегралів в геометрії.
- 4.4. Застосування потрійних інтегралів в механіці.

*Лекція 5. Криволінійні інтеграли першого роду (по довжині дуги). Криволінійні інтеграли другого роду (по координатах)*

- 5.1. Поняття криволінійного інтеграла першого роду.
- 5.2. Обчислення криволінійного інтеграла першого роду.
- 5.3. Застосування криволінійного інтеграла першого роду.
- 5.4. Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Фізичний зміст.
- 5.5. Обчислення криволінійного інтеграла другого роду.
- 5.6. Застосування криволінійного інтеграла другого роду.

*Лекція 6. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Скалярне та векторне поле, їх класифікація та характеристики*

- 6.1. Зв'язок між криволінійним інтегралом першого і другого роду.
- 6.2. Формула Гріна.
- 6.3. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
- 6.4. Скалярне поле, його характеристики.
  - 6.4.1. Похідна за напрямом.
  - 6.4.2. Градієнт.
- 6.5. Векторне поле, його характеристики.
  - 6.5.1. Дивергенція.

6.5.2. Потенціальне поле. Ротор векторного поля.

*Лекція 7. Поверхневі інтеграли першого роду ( по площі поверхні). Поверхневі інтеграли другого роду (по координатам)*

- 7.1. Означення поверхневих інтегралів першого роду. Умови існування.
- 7.2. Обчислення поверхневих інтегралів першого роду.
- 7.3. Означення поверхневих інтегралів другого роду. Умови існування.
- 7.4. Обчислення поверхневих інтегралів другого роду.
- 7.5. Потік поля.

*Лекція 8. Формула Остроградського –Гауса. Дивергенція. Формула Стокса*

- 8.1. Формула Остроградського –Гауса.
- 8.2. Формула Стокса.

*Лекція 9. Числові ряди*

- 9.1. Основні поняття та означення.
- 9.2. Геометрична прогресія. Гармонічний ряд.
- 9.3. Властивості збіжних числових рядів.
- 9.4. Необхідна умова збіжності ряду.

*Лекція 10. Знакододатні ряди. Достатні ознаки збіжності*

- 10.1. Теореми порівняння.
- 10.2. Ознака Даламбера.
- 10.3. Радикальна ознака Коші.
- 10.4. Інтегральна ознака Коші.

*Лекція 11. Знакозмінні числові ряди. Абсолютна і умовна збіжності*

- 11.1. Поняття знакозмінного ряду.
- 11.2. Теорема Лейбніца.
- 11.3. Абсолютна і умовна збіжності.

*Лекція 12. Функціональні ряди. Степеневі ряди*

- 12.1. Область збіжності функціонального ряду.
- 12.2. Мажоровані ряди. Рівномірна збіжність.
- 12.3. Властивості функціональних рядів.
- 12.4. Степеневі ряди. Теорема Абеля.
- 12.5. Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів.
- 12.6. Властивості степеневих рядів.

*Лекція 13. Ряд Тейлора. Розвинення в ряд Маклорена основних елементарних функцій. .*

*Застосування степеневих рядів до наближених обчислень*

- 13.1. Ряди Тейлора і Маклорена.
- 13.2. Розклад в ряд основних елементарних функцій .
- 13.3. Біномінальний ряд.
- 13.4. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень
  - 13.4.1. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь.
  - 13.4.2. Наближені обчислення значень функцій.
  - 13.4.3. Наближені обчислення визначених інтегралів.

*Лекція 14. Тригонометричні ряди Фур'є*

- 14.1. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
- 14.2. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
- 14.3. Ряд Фур'є для 2l- періодичних функцій.

*Лекція 15. Поняття функції комплексної змінної. . Диференціювання функції комплексної змінної*

- 15.1. Означення функції комплексної змінної. Однозначні та багатозначні функції.
- 15.2. Дійсна та уявна частини функції комплексної змінної.
- 15.3. Неперервність функції комплексної змінної.

15.4. Основні елементарні функції.  
15.5. Необхідна і достатня умова диференційованості функції комплексної змінної.  
Диференціал функції комплексної змінної.. Умови Коші-Рімана.

15.6. Аналітична функція і її властивості.  
*Лекція 16. Інтегрування функцій комплексної змінної*

16.1. Первісна. Обчислення інтеграла від аналітичної функції у випадку відомої первісної.

16.2. Інтегральна формула Коші.

16.3. Інтеграл Коші.

16.4. Похідні вищих порядків від аналітичної функції.

*Лекція 17. Степеневі ряди функцій комплексної змінної. Ряд Лорана.*

17.1. Ряд Тейлора.

17.2. Ряд Лорана.

17.3. Особливі точки однозначної аналітичної функції..

17.4. Розклад функції в ряд Лорана в околі правильної точки; в околі полюсу; в околі суттєвої особливої точки.

*Лекція 18. Лишки. Обчислення інтегралів функції комплексної змінної та визначених невластних інтегралів дійсної змінної. Логарифмічний лишок*

18.1. Поняття інтегрального лишку аналітичної функції.

18.2. Обчислення інтегральних лишків в ізольованих особливих точках однозначних функцій.

18.3. Обчислення інтегралів функції комплексної змінної та визначених невластних інтегралів дійсної змінної. Лема Жордана.

18.4. Логарифмічна похідна. Логарифмічний лишок.

18.5. Обчислення логарифмічних лишків.

***На практичних заняттях*** – типові завдання і задачі підвищеної складності, які дають змогу засвоїти основні математичні поняття та їх властивості, виробити вміння використовувати матеріал для самостійного розв'язування задач.

### **Перелік (орієнтовний) практичних занять**

**Практичне заняття 1.** Обчислення подвійних інтегралів.

**Практичне заняття 2.** Заміна змінних (полярна система координат) в подвійних інтегралах. Застосування подвійних інтегралів.

**Практичне заняття 3.** Обчислення потрійних інтегралів.

**Практичне заняття 4.** Циліндрична та сферична системи координат. Застосування потрійних інтегралів.

**Практичне заняття 5.** Обчислення криволінійних інтегралів I роду для різних форм задання плоскої кривої та кривої у тривимірному просторі. Застосування криволінійних інтегралів I роду .

**Практичне заняття 6.** Обчислення криволінійних інтегралів II роду для різних форм задання плоскої кривої та кривої у тривимірному просторі. Застосування криволінійних інтегралів II роду. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху інтегрування на площині. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху інтегрування у тривимірному просторі. Формула Гріна.

**Практичне заняття 7.** Поверхневі інтеграли першого роду.

**Практичне заняття 8.** Поверхневі інтеграли другого роду. Потік поля.

**Практичне заняття 9.** Елементи теорії поля. Градієнт. Дивергенція. Векторна форма запису формули Остроградського. Циркуляція вектора. Ротор. Формула Стокса. МККР-1.

**Практичне заняття 10.** Числові ряди з додатніми членами. Необхідна та достатні ознаки збіжності числових рядів.

**Практичне заняття 11.** Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів.

**Практичне заняття 12.** Степеневі ряди. Теорема Абеля . Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів.

**Практичне заняття 13.** Ряди Тейлора і Маклорена. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

**Практичне заняття 14.** Тригонометричні ряди Фур'є. Ряд Фур'є для парних і непарних,  $2\pi$ - періодичних функцій. МККР-2.

**Практичне заняття 15.** Елементарні функції комплексної змінної . Похідна та диференціал функції комплексної змінної . Умови Коші – Римана. Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною її частиною.

**Практичне заняття 16.** Обчислення інтеграла від функції комплексної змінної вздовж кривої комплексної площини. Обчислення інтеграла від аналітичної функції у випадку відомої первісної. Інтегральна теорема Коші. Інтегральна формула Коші. Аналог інтегральної формули Коші для похідних.

**Практичне заняття 17.** Ряд Лорана. Ізольовані особливі точки однозначного характеру. Множина збіжності ряду Лорана. Розклад функції в ряд Лорана.

**Практичне заняття 18.** Обчислення інтегрального лишку аналітичної функції. Обчислення невластних інтегралів. Логарифмічний лишок. МККР-3.

На практичних заняттях - завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

**5.2. Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

### **Самостійна робота студента**

**Види самостійної роботи** – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язання домашніх завдань, виконання домашньої контрольної роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Співпраця студентів при розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

### **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР і ДКР.

**Календарний контроль:** провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** екзамен.

**Умови допуску до семестрового контролю:** мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування ДКР, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

- 1) Вісім відповідей (кожного студента в середньому) на практичних заняттях (за умови, що на одному занятті опитуються 7 студентів при максимальній чисельності

групи 25 осіб –  $\frac{27 \text{ пр.} \times 7 \text{ ст.}}{25 \text{ ст.}} \approx 8 \text{ відп.}$ );

- 2) одну модульну контрольну роботу;
- 3) одну домашню контрольну роботу;
- 4) відповідь на екзамені.

#### Робота на практичних заняттях

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 бал. Одному або двом кращим студентам на кожному практичному занятті може бути доданий як заохочувальний 1 бал. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює  $1 \text{ бал} \times 8 = 8 \text{ балів}$ .

#### Підсумковий контроль

Одна модульна контрольна робота (МКР) розбивається на три частини:

МККР-1 «Кратні інтеграли. Теорія поля»: ваговий бал – 20 балів;

МККР-2 «Числові та функціональні ряди»: ваговий бал – 10 балів;

МККР-3 «Теорія функцій комплексної змінної»: ваговий бал – 10 балів.

(Допускається розбиття МККР на декілька тематичних контрольних робіт, які мають такий же сумарний ваговий бал).

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює 40 балів.

#### Домашня контрольна робота

Ваговий бал – 12 балів. Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

#### Штрафні та заохочувальні бали за:

- несвоєчасне (пізніше, ніж на тиждень) подання РР ..... – 2 бали (за кожний тиждень запізнення);
- невиконання домашніх робіт та самостійної роботи..... – 1 бал (за кожне завдання);
- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка наукових статей та доповідей на математичні науково-практичні конференції; виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля..... + 6 балів.



Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 40 + 20 = 60 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 40% від R, а саме

$$R_E = 40 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу  $R=100$  балів.

Розмір стартової шкали  $R_C = 60$  балів.

Розмір екзаменаційної шкали  $R_E = 40$  балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку «добре» («В» або «С» у системі ECTS) у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого ( $R_C$ ), тобто при  $R_C \geq 54$  бали.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

#### 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено**

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Листопадова Валентина Вікторівна

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол №9 від 26.06. 2024р.)

**Погоджено** Методичною комісією ІХФ (протокол № 11 від 28.06.2024)